

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

И А Д А Л Д А Л



3101102522895

Проверочный лист Заполняется участниками

Направление Естественные науки Инженерные науки
 Математика и информатика Социальные и
 Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок 1 2 3 4 5

Курс 1 2 3 4 5 отсутствует

Город участия **ЕКАТЕРИНБУРГ**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	45	10								
Балл члена жюри №2	45	10								

Итоговый балл **55**

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

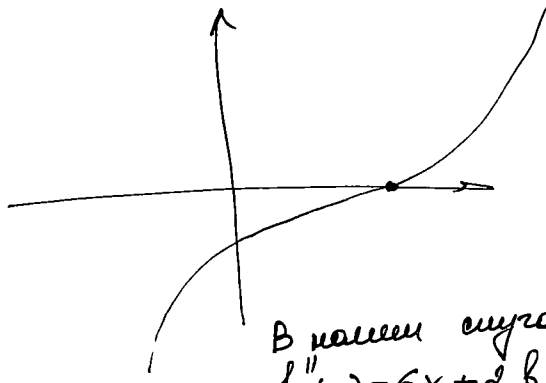
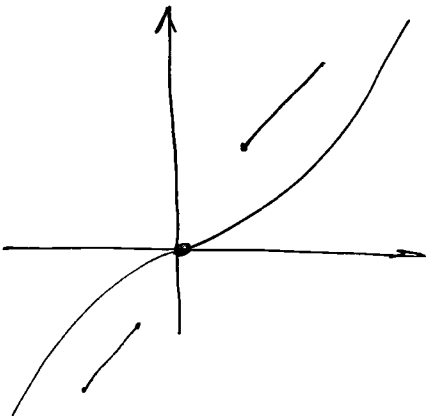
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Инвариантная часть

$y = x^3 + bx^2 + cx + d$ Докажем, что график $y = f(x)$ центрально симметричен относительно некоторой точки шестости и найдите эту точку

Для кубической параболы условием центральной симметрии можно переформулировать, так, пусть x_0 - точка центральной симметрии, то $y = f(x)$ слева и справа от x_0 имеет равную выпуклость



то есть пусть $y = x^3$
 $f'(x) = 3x^2 \quad x_0 = 0$
 $f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow x > x_0 = 0$
 $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x < x_0 = 0$

В нашем случае $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3x^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3}$
 - эта точка и будет центром симметрии

Поэтому это будет точкой центральной симметрии. Далее введем замену $x = (t - \frac{b}{3})$ несомненно каким образом пользоваться автор

$$y = (t - \frac{b}{3})^3 + b(t - \frac{b}{3})^2 + c(t - \frac{b}{3}) + d = t^3 - 3t^2 \frac{b}{3} + 3t \frac{b^2}{9} - \frac{b^3}{27} + b(t^2 - 2t \frac{b}{3} + \frac{b^2}{9}) + ct - \frac{cb}{3} = t^3 - 2bt^2 + t \frac{b^2}{3} - \frac{b^3}{27} + bt^2 - \frac{2bt^2}{3} + \frac{b^2}{9} + ct - \frac{cb}{3} = t^3 + t \frac{b^2}{3} - \frac{b^3}{27} - 2t \frac{b^2}{3} + \frac{b^3}{9} + ct - \frac{cb}{3}$$

Заметим, что $f(t) = -f(-t) \Rightarrow f$ - нечетная, этой заменой мы сдвинем систему координат на $\frac{b}{3}$ и относительно этой точки оно является ~~симметричной~~ центрально симметричной

Выводит, что точкой центральной симметрии является точка $(-\frac{b}{3}, y(-\frac{b}{3}))$

$$y(-\frac{b}{3}) = -\frac{b^3}{27} + b \frac{b^2}{9} - c \frac{b}{3} + d = -\frac{b^3}{27} + \frac{b^3}{9} - c \frac{b}{3} + d = \frac{2b^3}{27} - c \frac{b}{3} + d$$

\Rightarrow точка $(-\frac{b}{3}, \frac{2b^3}{27} - c \frac{b}{3} + d)$ 45 баллов





$$\frac{n\alpha}{a^n} \sum_{k=1}^{n-1} a^k x_k \leq \frac{n\alpha}{a^n} \sum_{k=1}^{n-1} a^k$$

16 баллов

