

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление Естественные науки Инженерные науки
 Математика и информатика Социальные и
 Экономика и управление гуманитарные науки

Вариативный блок 1 2 3 4 5

Курс 1 2 3 4 5 отсутствует

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**

Время выхода с 7 2 0 5 до 1 2 7 7

Протокол проверки

Заполняется жюри

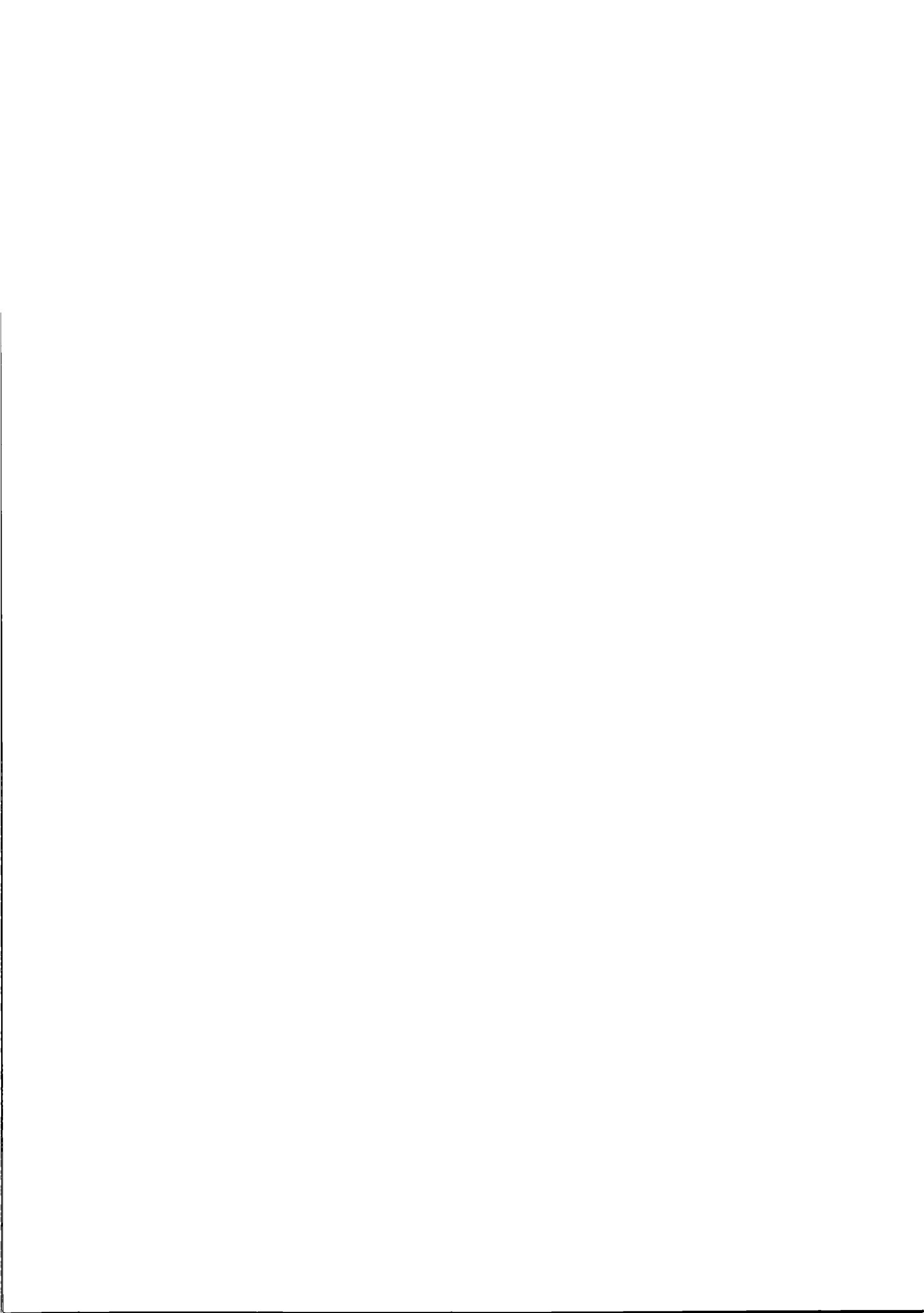
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	50	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Балл члена жюри №2	50	50	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



ИНВАРИАНТНАЯ ЧАСТЬ

Доказать что график куб параболы $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ центрально симметричен относительно некоторой точки плоскости и найти ее

Рассмотрим сначала частный случай

$$(x+a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$$

Переобозначим $b=3a, c=3a^2, d=a^3$ Тогда получим что $x^3 + bx^2 + cx + d$ симметричен относительно точки $-a$, так как известно что x^3 симметричен относительно 0, в случае $(x+a)^3$ получим сдвиг по оси Ox на величину a влево от 0

Рассмотрим общий случай $zy_0 - f(x) = f(2x_0 - x)$ такое р-во верно $\forall x \in \mathbb{R}$

Рассм $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ лучше записать $f(x_0 + x) + f(x_0 - x) - 2f(x_0)$

$$zy_0 - f(x) = (2x_0 - x)^3 + b(2x_0 - x)^2 + c(2x_0 - x) + d$$

$$\begin{aligned} \text{Рассмотрим } (2x_0 - x)^3 &= 8x_0^3 - 2x_0^2x + 6x_0x^2 - x^3 \\ b(2x_0 - x)^2 &= 4bx_0^2 - 4bx_0x + 4bx_0 + bx^2 \\ c(2x_0 - x) &= 2cx_0 - cx \end{aligned}$$

$$zy_0 - x^3 - bx^2 - cx - d = (x^3) + (6x_0 + b)x^2 + (-2x_0^2 - 4bx_0 - c)x + (8x_0^3 + 4bx_0^2 + 2cx_0 + d)$$

Рассм коэф при $x^3, -1$

при x^2 $-b = 6x_0 + b$ тогда получим $x_0 = -\frac{b}{3}$ ✓

при x $-c = -2x_0^2 - 4bx_0 - c$; $-2x_0^2 - 4bx_0 = 0$ (-2)

$$x_0^2 + 2bx_0 = 0$$

Подставим $x_0 = -\frac{b}{3}$, ~~$x_0 = -\frac{b}{3}$~~ $(-\frac{b}{3})^2 + 2b(-\frac{b}{3}) = 0$

$$\begin{aligned} \frac{b^2}{9} - \frac{2b^2}{3} &= 0 \\ -\frac{5b^2}{9} &= 0 \end{aligned}$$

$$-12 \frac{b^3}{9} - 4b(-\frac{b}{3}) = -\frac{4b^2}{3} + \frac{4b^2}{3} = 0$$

Свободный $zy_0 - d = 8x_0^3 + 4bx_0^2 + 2cx_0 + d$

Подставим $x_0 = -\frac{b}{3}$ ✓

$$8(-\frac{b}{3})^3 = -\frac{8b^3}{27}$$

$$4b(-\frac{b}{3})^2 = \frac{4b^3}{9}$$

$$2c(-\frac{b}{3}) = -\frac{2cb}{3}$$

Соберем вместе $8x_0^3 + 4bx_0^2 + 2cx_0 + d = \frac{8b^3}{27} + \frac{4b^3}{9} - \frac{2cb}{3} + d = (-\frac{8}{27} + \frac{12}{27})b^3 - \frac{2cb}{3} + d = \frac{4b^3}{27} - \frac{2cb}{3} + d$

Своб. $zy_0 - d = \frac{4b^3}{27} - \frac{2cb}{3} + d$; $zy_0 = \frac{4b^3}{27} - \frac{2cb}{3} + 2d$; $y_0 = \frac{2b^3}{27} - \frac{cb}{3} + d$ ✓

$y_0 = f(x_0)$, тогда график кубич. параболы симметричен относительно точки $(-\frac{b}{3}, f(-\frac{b}{3}))$ Она является точкой перегиба функции так как $f'' = 6x + 2b$ Можно определить по виду f'' ✓



Бланк ответов

Вариативный блок Задача 1

Блок 1

$$728^{7 \cdot 10^n + 1} > 2188^{6 \cdot 10^n + 1}$$

Логарифмируем: $(7 \cdot 10^n + 1) \ln 728 > (6 \cdot 10^n + 1) \ln 2188$

$$\ln 728 + 7 \cdot 10^n \ln 728 > 6 \cdot 10^n \ln 2188 + \ln 2188$$

$$10^n (7 \ln 728 - 6 \ln 2188) > \ln 2188 - \ln 728$$

$$10^n > \frac{\ln \left(\frac{2188}{728} \right)}{7 \ln 728 - 6 \ln 2188} = \frac{\ln \frac{2188}{728}}{\ln 728 + 6 \ln \frac{728}{2188}}$$

Логарифмируем по основанию 10 $n > \log_{10} \frac{\ln \frac{2188}{728}}{\ln 728 + 6 \ln \frac{728}{2188}}$

при условии что логарифм определен
то есть $n \in \left(\log_{10} \left(\frac{\ln \frac{2188}{728}}{\ln 728 + 6 \ln \frac{728}{2188}} \right), +\infty \right) \cap \mathbb{N}$

Рассм вариант $728^{7 \cdot 10^n + 1} > 2188^{6 \cdot 10^n + 1}$

Логарифм по осн 3: $(7 \cdot 10^n + 1) \log_3(728) > (6 \cdot 10^n + 1) \log_3(2188)$

$$\log_3 729 (7 \cdot 10^n + 1) > \log_3 728 (7 \cdot 10^n + 1) > (6 \cdot 10^n + 1) \log_3(2188) > (6 \cdot 10^n + 1) \log_3(2187)$$

пер-ва следует из того что $\log_3(x)$ возрастающая функция

$$\log_3 729 = 8$$

$\log_3 2187 = 7$. Рассмотрим крайние элементы

$$6(7 \cdot 10^n + 1) > (6 \cdot 10^n + 1)7$$

$$42 \cdot 10^n + 6 > 42 \cdot 10^n + 7$$

$6 > 7$ противоречие

Тогда таких натур n нет

Ответ нет таких n





Бланк ответов

