ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101782871775

Титульный лист

Направление	☐ Естественные науки	☐ Инженерные науки			
	☒ Математика и информатика	☐ Социальные и гуманитарные науки			
	☐ Экономика и управление				
Вариативный блок	☐ 1	☒ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5
Курс	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☒ 4	☐ 5	☐ отсутствует

Фамилия БОНДАРЕНКО

Имя ТИМОФЕИ

Отчество АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 13 05 2004

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 228

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

ПИАДА УРАЛ ЕД РАЛ О УН СІ

3101782871775

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [ ] 1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 12 00 до 12 05

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	0								
Балл члена жюри №2	50	0								

Итоговый балл 50

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

$y = x^3 + bx^2 + cx + d$

Необходимо доказать, что кубическая парабола центрально симметрична

Поступим иначе

Для начала выберем точку на графике и если удастся доказать центральную симметрию вокруг неё то будет найдена и сама точка и симметрия вокруг неё

Рассмотрим точку перегиба графика функции

$y = x^3 + bx^2 + cx + d$

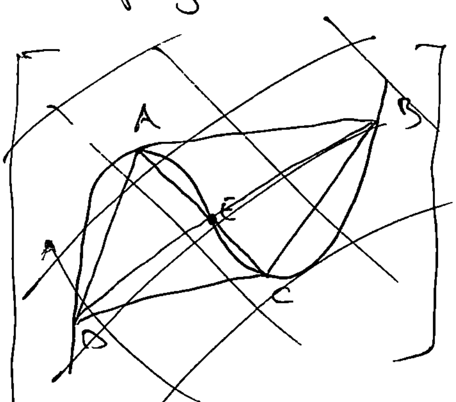
$y' = 3x^2 + 2bx + c$

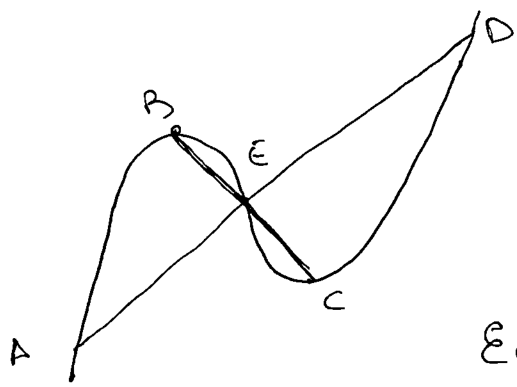
$\left.\begin{matrix} y'' = 6x + 2b \\ y' = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 6x + 2b = 0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{b}{3}}$ подставим в многочлен

$y \quad \frac{b^3}{27} + \frac{b^3}{9} - \frac{cb}{3} + d - \frac{2b^3}{27} + \frac{cb}{3} + d$

+

Предполагаемая точка имеет координаты $\left\{ \frac{b}{3}, \frac{2b^3}{27} - \frac{cb}{3} + d \right\}$





Изобразим нашу параболу:

т C - точка перегиба

т B и т C - экстремумы ф-ции

Если удастся доказать постоянное равенство BE и CE придем к равенству треугольников $\triangle ABE$ и $\triangle CDE$ => удастся и доказать симметричность графика т B и C – точки экстремума, в них 1-ая производная равна 0, найдём их ~~координаты~~

$$\left.\begin{array}{l} y' = 3x^2 + 2bx + c \\ y' = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow D = 4b^2 - 12ac$$

$$x = \frac{-2b + \sqrt{4b^2 - 12ac}}{6} = -\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}$$

$$x_2 = -\frac{b}{3} - \frac{\sqrt{D}}{6}$$

$$y_1 = \left(-\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^3 + b\left(\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}\right) + d$$

$$y_2 = \left(-\frac{b}{3} - \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^3 + b\left(\frac{b}{3} - \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3}\ \frac{\sqrt{D}}{6}\right) + d$$

Рассмотрим ~~точки B E и C~~ Отрезки BE и EC

BE_x $\sqrt{\left(-\frac{b}{3} - \left(-\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}\right)\right)^2} = \frac{\sqrt{D}}{6}$ – проекции отрезков на ось x равны

CE_x $\sqrt{\left(-\frac{b}{3} - \left(-\frac{b}{3}\ \frac{\sqrt{D}}{6}\right)\right)^2} = \frac{\sqrt{D}}{6}$

BE_y $\sqrt{\left(\left(-\frac{b}{3}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3}\right) + d - \left(\left(-\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3} + \frac{\sqrt{D}}{6}\right) + d\right)\right)}$

CE_y $\left(\left(-\frac{b}{3}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3}\right) + d - \left(\left(-\frac{b}{3} - \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3} - \frac{\sqrt{D}}{6}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3} - \frac{\sqrt{D}}{6}\right) + d\right)\right)$

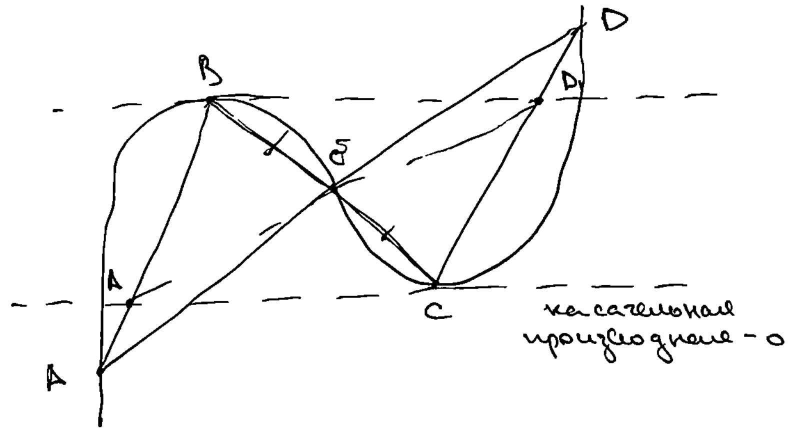
Можно заметить, что при раскрытии скобок коэффициент d сокращается, ~~а все остальные слагаемые~~ ~~при этом проекции точек B и C на ось y отличаются друг от друга на $\pm\frac{\sqrt{D}}{6}$~~

Слагаемые входящие в состав проекции точек B и C отличаются друг от друга знаком у слагаемого $\frac{\sqrt{D}}{6}$ этот знак уйдёт при возведении в квадрат $\Rightarrow$ $|BE_y| = |CE_y|$

Исходя из вышеперечисленных доводов следует что расстояния от точки перегиба до экстремумов равны

BE = CE

Бланк ответов



Рассмотрим четырёхугольник A_1BD_1C

$BD \parallel AC$ - касательные к точкам экстремума

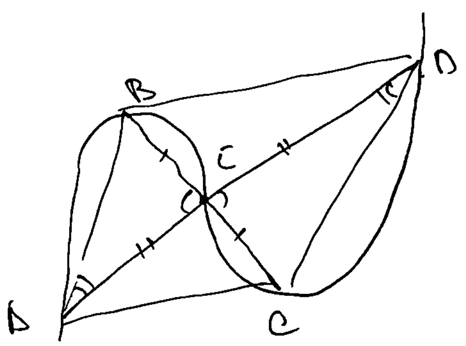
$BE = CE$

⇓

т.к. противолежащие стороны параллельны и диагонали т. пересечения разделилась ~~надвое~~ пополам =>

=> A_1BD_1C - параллелограм => $A_1B \parallel D_1C$ а поскольку A_1B содержится в AB а CD_1 содержится в CD =>

=> $AB \parallel CD$



Известно что $BE = CE$
$\angle BEA = \angle DEC$

$ABDC$ - также парал-м т.к.

$AB \parallel CD$ и $BE = EC$ => $AE = ED$ =>

=> $\triangle AEB = \triangle CED$ по двум сторонам и углу между ними =>

=> док-во справедливо для любых т. A и D =>

=> график симметричен а т. E - центр симметрии

Ответ: $\left\{ -\frac{b}{3},\ +\frac{2b^3}{27} - \frac{cb}{3} + d \right\}$ (+)

50 баллов

Бланк ответов