ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101718858851

Титульный лист

Направление

- [ ] Естественные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Экономика и управление
- [ ] Инженерные науки
- [ ] Социальные и гуманитарные науки

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [x] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Фамилия БЛИНОВ

Имя ОЛЕГ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 29 08 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Д3

Дата 02 02 2026 **Подпись** Блинов

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

3101718858851

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [x] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке 1

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	40	0								
Балл члена жюри №2	40	0								

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

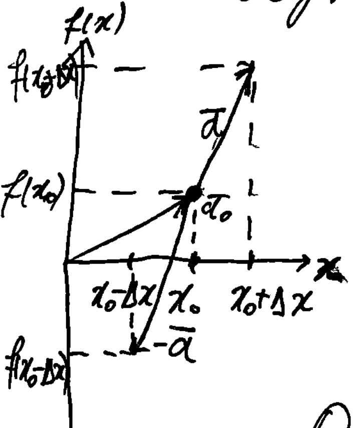
1 Вариант

Инвариантная часть

~~№~~ $y=x^3+bx^2+cx+d$ Обозначим $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$

(*) Условие центральной симметричности означает, что если точка $(x_0+\Delta x, f(x_0+\Delta x))$ принадлежит графику, то и точка $(x_0-\Delta x, f(x_0-\Delta x))$ принадлежит графику, причём $f(x_0-\Delta x)=$ $=2f(x_0)-f(x_0+\Delta x)$.

Последнее равенство можно получить так:



Пусть $\bar{a}_0=(x_0, f(x_0))$ Имеем $\bar{a}=(\Delta x, f(x_0+\Delta x)-f(x_0))$

$\bar{a}_0+\bar{a}=(x_0, f(x_0))+(\Delta x, f(x_0+\Delta x)-f(x_0))=$
$=(x_0+\Delta x, f(x_0+\Delta x))$

$\bar{a}_0-\bar{a}=(x_0, f(x_0))-(\Delta x, f(x_0+\Delta x)-f(x_0))=$
$=(x_0-\Delta x, 2f(x_0)-f(x_0+\Delta x))$

Откуда $f(x_0-\Delta x)=2f(x_0)-f(x_0+\Delta x)$

Возвращаемся к утверждению (*) Пусть точка $(x_0+\Delta x, f(x_0+\Delta x))$ принадлежит графику, то есть

(I) $f(x_0+\Delta x)=(x_0+\Delta x)^3+b(x_0+\Delta x)^2+c(x_0+\Delta x)+d$

Нужно показать, что

(II) $2f(x_0)-f(x_0+\Delta x)=(x_0-\Delta x)^3+b(x_0-\Delta x)^2+c(x_0-\Delta x)+d$

~~Може~~ Для этого достаточно показать, что требуемое равенство выполнено для суммы уравнений (I)+(II), ведь если это так, то из неё можно просто вычесть (I) и получить требуемое рав-во для (II)

Рассмотрим эту сумму (I)+(II):

(Σ) $2f(x_0)=(x_0+\Delta x)^3+(x_0-\Delta x)^3+b((x_0+\Delta x)^2+(x_0-\Delta x)^2)+c(x_0+\Delta x+x_0-\Delta x)+2d=$

$$=(x_0+\Delta x)(x_0^2+2x_0\Delta x+\Delta x^2)+(x_0-\Delta x)(x_0^2-2x_0\Delta x+\Delta x^2)+$$
$$+b(x_0^2+\underline{2x_0\Delta x}+\Delta x^2+x_0^2\underline{-2x_0\Delta x}+\Delta x^2)+2cx_0+2d=$$
$$=x_0^3+\underline{2x_0^2\Delta x}+x_0\Delta x^2\underline{+x_0^2\Delta x}+2x_0\Delta x^2\underline{+\Delta x^3}+x_0^3\underline{-2x_0^2\Delta x}+x_0\Delta x^2-$$
$$\underline{-x_0^2\Delta x}+2x_0\Delta x^2\underline{-\Delta x^3}+b(2x_0^2+2\Delta x^2)+2cx_0+2d=$$
$$=2x_0^3+6x_0\Delta x^2+2b(x_0^2+\Delta x^2)+2cx_0+2d=$$
$$=2(x_0^3+3x_0\Delta x^2+b(x_0^2+\Delta x^2)+cx_0+d)$$

Итого, должно быть:

$$f(x_0)=x_0^3+3x_0\Delta x^2+b(x_0^2+\Delta x^2)+cx_0+d$$

Или, расписав $f(x_0)$:

$$\underline{x_0^3}+\underline{bx_0^2}+\underline{cx_0}+\underline{d}=\underline{x_0^3}+3x_0\Delta x^2+\underline{bx_0^2}+b\Delta x^2+\underline{cx_0}+\underline{d}$$
$$0=3x_0\Delta x^2+b\Delta x^2$$
$$0=(3x_0+b)\Delta x^2$$

Чтобы это выполнялось $\forall \Delta x\in\mathbb{R}$, достаточно положить $3x_0+b=0$, то есть $x_0=-\frac{1}{3}b$

Тогда равенство для суммы выполнено, и исходное утв. доказано

Ответ: $x_0=-\frac{1}{3}b$ v $y(x_0)-y_0=?$ 40б

№ 2

Блок 1

~~728~~

$$728^{7\,10^n+1}>2188^{6\,10^n+1}$$
$$728(728^7)^{10^n}>2188\,(2188^6)^{10^n}$$
$$(728^7)^{10^n}>\frac{2188}{728}(2188^6)^{10^n}$$
$$10^n\ln(728^7)>\ln\left(\frac{2188}{728}\right)+10^n\ln(2188^6)$$
$$10^n\underbrace{\left(\ln(728^7)-\ln(2188^6)\right)}_{(*)}>\ln\left(\frac{2188}{728}\right)$$

Покажем, что скобка (*) < 0. Для этого достаточно, чтобы $728^7 < 2188^6$. Пусть это не так и ~~728~~ $728^6 \geq 2188^6$

$\Rightarrow 728 \geq \left(\frac{2188}{728}\right)^6 > 3^6 = 729$ ↯ Поэтому действительно $728^7 < 2188^6$. Отсюда

(**) $10^n < \dfrac{\ln\left(\frac{2188}{728}\right)}{\ln(728^7) - \ln(2188^6)} = \dfrac{\ln\frac{2188}{728}}{7\ln(728) - 6\ln(2188)} = \dfrac{\ln\frac{2188}{728}}{\ln(728) - 6\ln\left(\frac{2188}{728}\right)}$

~~$< \frac{2}{0,05} = 40$~~ Итого, Ответ:

$$\boxed{n < \log_{10}\left(\dfrac{\ln\frac{2188}{728}}{\ln(728) - 6\ln\left(\frac{2188}{728}\right)}\right), \quad n \in \mathbb{N}}$$

Из (**) следует, что

$$10^n < \dfrac{\ln\frac{2188}{728}}{\ln(728) - 6\ln\left(\frac{2188}{728}\right)} < \frac{2}{0,05} = 40$$

$\Rightarrow$ из $n \in \mathbb{N}$ этому удовл только $n = 1$

неверно

—

Бланк ответов

ДИКР№1 №1

$728^{7\cdot 10^n+1} > 2188^{6\cdot 10^n+1}$ $\frac{55\,55}{2,7}$

$728\cdot(728^7)^{10^n} > 2188\,(2188^6)^{10^n}$

$(728^7)^{10^n} > \frac{2188}{728}(2188^6)^{10^n}$

$10^n \ln(728^7) > \cancel{\frac{2188}{728}} \ln\left(\frac{2188}{728}\right) + 10^n \ln(2188^6)$

$10^n \underbrace{\left(\ln(728^7) - \ln(\cancel{2188}(2188^6))\right)}_{> \text{ или } < 0\ ?} > \ln\left(\frac{2188}{728}\right)$

~~Для этого дост~~

$2188^6 > (2\ 728)^6$

$728^7\ ?\ 2188^6$

1) Предположим, что это ~~...~~ <0.

Тогда

$10^n < \frac{\ln\left(\frac{2188}{728}\right)}{\ln(728^7) - \ln(2188^6)}$

$10^n < \frac{\ln\left(\frac{2188}{728}\right)}{\ln\left(\frac{728^7}{2188^6}\right)} = \frac{\ln\frac{2188}{728}}{-\ln\left(\frac{2188^6}{728^7}\right)} =$

$= -\frac{\ln\frac{2188}{728}}{\ln\left(\left(\frac{2188}{728}\right)^6 \frac{1}{728}\right)} =$

$= -\frac{\ln\left(\frac{2188}{728}\right)}{6\ln\left(\frac{2188}{728}\right) - \ln(728)}$

~~$\log_2 8 = 3$~~

$\log_2 8 - \log_2 4 = 1$

$\log_2\frac{8}{4} = \log_2 2 = 1$

$\log_2 8 = \log_2\left(\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}\right) =$

$= -1\log_2\frac{1}{8} =$

$= -1\ \ -3$

$547 - 380 = 167$

-152

38

$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$

37

$2188 \mid 728$

$e \approx 2,7$

$\begin{array}{r} 2,7 \\ \times 2,7 \\ \hline 7,29 \end{array}$

$547 \mid 13$

$\begin{array}{r} 27 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$

$\begin{array}{r} 7,29 \\ \times\ 6561 \end{array}$ 27

1458

5103

531441

$\frac{1}{6-\frac{1}{7}}$

~~$-1 > 2$~~

$(-2)(-2) > 2$

$-2 < \frac{1}{-2}$ $2 = -1$

197

57

$\begin{array}{r} 64 \\ \times 8 \\ \hline 512 \end{array}$

$2^{21} \approx 2000000$

$\cancel{4}$ $\frac{a}{6a-b}$

$728 > 2188\ ?$

3 ✗

5 ✗

7 ✗

13 ✗

25 17 ✗

19 ✗

23

$728\ \ 728^6\ ?\ 2188^6$

$8^7 \cdot 100^7$ $\wedge$ $\vee$ $21^6\ 100^6$

$\parallel$

$2^{21}\ 100^7$

$\begin{array}{r|l} 728 & 2 \\ 364 & 2 \\ 182 & 2 \\ 91 & 7 \\ 13 & \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 2188 & 2 \\ 1094 & 2 \\ 547 & \text{пр} \end{array}$

21 100

~~$100 + 2\cdot 1000$~~ < 2188

~~...~~ 21^6 ~~...~~ 2188^6

$\underbrace{10\ 0}_{14\text{нулей}}$ ~~...~~ 18нулей

$728 < 800$

$728^7 < 8^7\ 100^7 =$

10000

$8^2 = 64$

$8^3 =$

$8^7\ ?\ 21^6$

$2^{21}\ ?\ 21^6$

$1024 \quad 1024 \cdot 2 \quad ^2 \quad 21^6 = 9261^2$

$2(2 \cdot 1000)^2 \qquad 81 \quad 1\underbrace{000}\underbrace{000}$

$24\underbrace{000}\underbrace{000}$

$$\begin{array}{r} \times\ 21 \\ 21 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 441 \\ 21 \\ \hline 441 \\ 882 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 9261 \\ 9261 \\ \hline 9261 \\ 55566 \\ 18522 \\ 83349 \\ \hline 85766121 \end{array}$$