ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101286868947

Титульный лист

Направление
- [ ] Естественные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Экономика и управление
- [ ] Инженерные науки
- [ ] Социальные и гуманитарные науки

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Фамилия БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ

Имя КИРИЛЛ

Отчество ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 25 03 2004

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 206

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

ПИАД У АЛ СК ЕД АЛЬН УНИ И

3101286868947

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 12 17 до 12 22

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	50								
Балл члена жюри №2	50	50								

Итоговый балл 100

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Вариативная часть

Блок 1 Алгебра

Дано.

$a=7\cdot10^n+1$

$b=6\cdot10^n+1$

Найти при каких натуральных n верно нер-во $728^a>2188^b$

Решение

Пусть $n\in N$ и пусть $x=10^n$, тогда $(x\in N, x\geq10)$

$728^a>2188^b \Longleftrightarrow 728^{7x+1}>2188^{6x+1}$

1) Приведем к виду „степень в степени"

Разделим обе части на 2188^{6x+1}

$$\frac{728^{7x+1}}{2188^{6x+1}}>1$$

Разложим степени $728^{7x+1}=(728^7)^x\cdot728$

$2188^{6x+1}=(2188^6)^x\cdot2188$

Тогда $\left(\frac{728^7}{2188^6}\right)^x\cdot\frac{728}{2188}$

Неравенство экв

$$\left(\frac{728^7}{2188^6}\right)^x \cdot \frac{728}{2188} > 1 \iff \left(\frac{728^7}{2188^6}\right)^x > \frac{2188}{728}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &R = \frac{728^7}{2188^6} \\ &R^x > \frac{2188}{728} \end{aligned}}$$

2) Оценим правую часть:

Очевидно, ~~...~~ что $2188 > 728$, значит

$\frac{2188}{728} > 1$; $\frac{2188}{728} = 3 + \frac{4}{728} = 3 + \frac{1}{182} > 1$

3) Докажем, что $R < 1$

Покажем, что $728^7 < 2188^6$

Заметим. $2188 = 3 \cdot 728 + 4 = 728\left(3 + \frac{1}{182}\right)$

Тогда $2188^6 = \left(728\left(3+\frac{1}{182}\right)\right)^6 = 728^6\left(3+\frac{1}{182}\right)^6$

Теперь оценим. $\left(3+\frac{1}{182}\right)^6 > 3^6 = 729$

Значит $2188^6 = 728^6\left(3+\frac{1}{182}\right)^6 > 728^6 \cdot 729$

Но $729 > 728$, следовательно

$728^6 \cdot 729 > 728^6 \cdot 728 = 728^7$

Тогда $2188^6 > 728^7 \Rightarrow \frac{728^7}{2188^6} < 1 \Rightarrow R < 1$

4) Сравним R^x и правую часть

Если $0<R<1$ и $x \in N$, то

$R^x<1$

Но мы знаем, что $\frac{2188}{728}>1$

Получаем противоречие:

$R^x<1$ и требуется $R^x>\frac{2188}{728}>1$

Противоречие

Ответ. Нет ни одного натурального n, при котором верно $728^a>2188^b$.

+

Инвариативная часть

Доказать, что $y=x^3+bx^2+cx+d$ центрально симметричен относительно некоторой точки плоскости И надо найти эту точку

Пусть $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$

$f(x_0+t)+f(x_0-t)=2y_0$

$(x_0-t, 2y_0-f(x_0+t))$

1) Уберем квадратный член сдвигом по x:

Выберем: $x_0 = -\frac{b}{3}$, $x = x_0 + u = u - \frac{b}{3}$

$$f\left(u-\frac{b}{3}\right) = \left(u-\frac{b}{3}\right)^3 + b\left(u-\frac{b}{3}\right)^2 + c\left(u-\frac{b}{3}\right) + d$$

Раскроем скобки (важно при каком x_0 исчезнет u^2)

1) Кубическая часть дает u^3

2) Коэфф. при u^2 равен $3x_0 + b = 3\left(-\frac{b}{3}\right) + b = 0$

В итоге получили вид

$$f(x_0+u) = u^3 + pu + q, \quad p = c - \frac{b^2}{3}; \quad q = f(x_0) = f\left(-\frac{b}{3}\right)$$

То есть в навых координатах (u, y) график задается: $y = u^3 + pu + q$

2) Симметрия нового графика.

Рассмотрим при (u) и $(-u)$

$$(u^3 - pu + q) + ((-u)^3 + p(-u) + q) = (u^3 + pu + q) +$$
$$+ (-u^3 - pu + q) = 2q$$

$$f(x_0+u) + f(x_0-u) = 2q = 2f(x_0)$$

$$S_0(x_0, y_0) = (x_0, f(x_0))$$

3) Координаты точки симметрии

Уже известно $x_0 = -\frac{b}{3}$ $\quad y_0 = f(x_0) = f\left(-\frac{b}{3}\right)$

$$y_0 = \left(-\frac{b}{3}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3}\right) + d =$$

$$= -\frac{b^3}{27} + b\cdot\frac{b^2}{9} - \frac{bc}{3} + d = \frac{2b^2}{27} - \frac{bc}{3} + d$$

Ответ график $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ центрально симметричен относительно точки $\left(-\frac{b}{3}, \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d\right)$

Пояснение: почему $x = -\frac{b}{3}$; сдвигаем по $x = u + h$, тогда при разложении:

$(u+h)^3 = u^3 + 3hu^2 + 3h^2u + h^3$, $b(u+h)^2 = bu^2 + 2buh + bh^2$

Коэффицент при u^2 станет $3h + b \Rightarrow$

$\Rightarrow 3h + b = 0 \Rightarrow h = -\frac{b}{3}$, отсюда получаем $\boxed{x = -\frac{b}{3}}$

5об