ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

3101756873590

Титульный лист

Направление
- ☐ Естественные науки
- ☐ Инженерные науки
- ☒ Математика и информатика
- ☐ Социальные и гуманитарные науки
- ☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия ДУБРОВИНА

Имя ДАРЬЯ

Отчество ВЯЧЕСЛАВОВНА

Дата рождения 24 02 2004

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 206

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД.СТУДЕНТ
ОЛИМПИАДА УРАЛЬСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА

3101756873590

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- ☐ Естественные науки
- ☐ Инженерные науки
- ☒ Математика и информатика
- ☐ Социальные и гуманитарные науки
- ☐ Экономика и управление

Вариативный блок ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов ☐☐ Количество черновиков к проверке : ☐☐

Время выхода с ☐☐ ☐☐ до : ☐☐ ☐☐

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	45	–								
Балл члена жюри №2	45	–								

Итоговый балл 45

Подпись члена жюри №1 [signature]

Подпись члена жюри №2 [signature]

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИНВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ

Бланк ответов

$2y_0 - f(x) = f(2x_0 - x)$ №1 для всех x ? $f(x_0-x)+f(x_0+x)=2f(x_0)$ верное опр-ие

Пусть $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$

Тогда равенство примет вид:

$2y_0 - (x^3 + bx^2 + cx + d) = (2x_0 - x)^3 + b(2x_0 - x)^2 + c(2x_0 - x) + d$

Раскроем правую часть

$(2x_0 - x)^3 = 8x_0^3 - 12x_0^2 x + 6x_0 x^2 - x^3$

$b(2x_0 - x)^2 = 4bx_0^2 - 4bx_0 x + bx^2$

$c(2x_0 - x) = 2cx_0 - cx$

$2y_0 - x^3 - bx^2 - cx - d = (-x^3) + (6x_0 + b)x^2 + (-12x_0^2 - 4bx_0 - c)x +$
$+ (8x_0^3 + 4bx_0^2 + 2cx_0 + d)$

при x^3: $-1 = -1$

при x^2: $-b = 6x_0 + b \Rightarrow 6x_0 = -2b \Rightarrow x_0 = -\frac{b}{3}$ +

при x^1: $-c = -12x_0^2 - 4bx_0 - c$

подставим $x_0 = -\frac{b}{3}$

$-12 \cdot \frac{b^2}{9} - 4b\left(-\frac{b}{3}\right) = -\frac{4b^2}{3} + \frac{4b^2}{3} = 0$

получим $-c = 0 - c$

Свободный член

$2y_0 - d = 8x_0^3 + 4bx_0^2 + 2cx_0 + d$

Подставим $x_0 = -\frac{b}{3}$

$8\left(-\frac{b}{3}\right)^3 = -\frac{8b^3}{27}$ $4b\left(\frac{b^2}{9}\right) = \frac{4b^3}{9}$ $2c\left(-\frac{b}{3}\right) = -\frac{2cb}{3}$

Тогда

$$8x_0^3+4bx_0^2+2cx_0+d=-\frac{8b^3}{27}+\frac{4b^3}{9}-$$

$$-\frac{2cb}{3}+d=\left(-\frac{8}{27}+\frac{12}{27}\right)b^3-\frac{2cb}{3}+d=$$

$$\frac{4b^3}{27}-\frac{2cb}{3}+d$$

Свободный член слева $2y_0-d$

$$2y_0-d=\frac{4b^3}{27}-\frac{2cb}{3}+d \Rightarrow$$

$$2y_0=\frac{4b^3}{27}-\frac{2cb}{3}+2d \quad /\!/2$$

$$y_0=\frac{2b^3}{27}-\frac{cb}{3}+d$$

$$y_0=f(x_0) \Rightarrow$$

График кубической параболы $y=x^3+bx^2+cx+d$ симметричен относительно точки

$$A\left(-\frac{b}{3};f\left(-\frac{b}{3}\right)\right)$$ +

Эта точка является точкой перегиба графика, так как $f''(x)=6x+2b$ и $f''(x_0)=6\left(-\frac{b}{3}\right)+2b=0$, а при переходе через x_0 вторая производная меняет знак

Ответ: $A\left(-\frac{b}{3};f\left(-\frac{b}{3}\right)\right)$

45 баллов