ИЗУМРУД СТУДЕНТ
ЛИМ ИАДАУ АЛ О ЕД АЛЬНОГ НИ

3101230855043

Титульный лист

Направление
- [ ] Естественные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Экономика и управление
- [ ] Инженерные науки
- [ ] Социальные и гуманитарные науки

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Фамилия ТРОШИНА

Имя МАРИЯ

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 18 01 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Д3

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД СТУДЕНТ
И ИАДА АЛ Д АЛЬН УН

3101230855043

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ Естественные науки
- ■ Математика и информатика
- ☐ Экономика и управление
- ☐ Инженерные науки
- ☐ Социальные и гуманитарные науки

Вариативный блок ■ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ■ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с ☐☐ ☐☐ до ☐☐ ☐☐

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0								
Балл члена жюри №2	20	0								

Итоговый балл 20

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№ 1 (инвариантная часть)

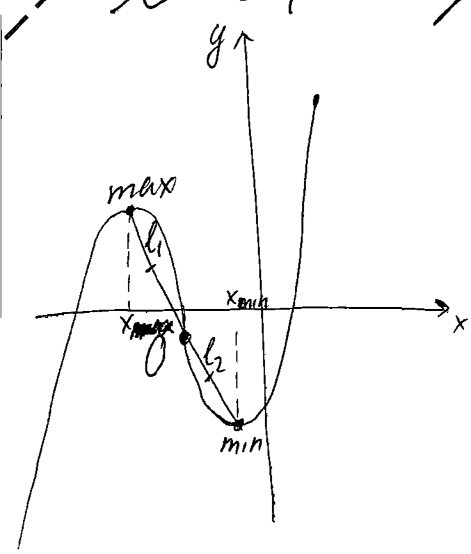

График кубической параболы центрально симметричен относительно точки O, которую можно найти с помощью точек минимума и максимума, ведь эти три точки должны находится на одной прямой, а расстояния от O до max(l_1) и от O до min(l_2) равны

Найдем координаты x точек min и max (x_{min} и x_{max}) для этого ✓

$y = x^3 + bx^2 + cx + d$

$y' = 3x^2 + 2bx + c$

$D = (2b)^2 - 4 \cdot 3c = 4b^2 - 12c$

$x_1 = \frac{-2b - \sqrt{4b^2 - 12c}}{2 \cdot 3} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 3c}}{3}$

$x_2 = \frac{-2b + \sqrt{4b^2 - 12c}}{2 \cdot 3} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 3c}}{3}$

Это координаты x точек минимума и максимума, неизвестно какая из них x_{min} и x_{max}, но в данном случае это не имеет значения

Теперь найдем координату x точки O (x_0). Так как все 3 точки лежат на одной прямой и $l_1 = l_2$ должно выполняться равенство ✓

$-(x_0 - x_{min}) = (x_0 - x_{max}) \Rightarrow x_0 = \frac{x_{min} + x_{max}}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$x_0 = \frac{\frac{-b - \sqrt{b^2 - 3c}}{3} + \frac{-b + \sqrt{b^2 - 3c}}{3}}{2} = \frac{-b - \cancel{\sqrt{b^2 - 3c}} - b + \cancel{\sqrt{b^2 - 3c}}}{2 \cdot 3} = \frac{-2b}{2 \cdot 3} = -\frac{b}{3}$ ✓

Теперь найдем координату y точек min и max (y_1 и y_2)

$y_1 = x_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d \quad \left(x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 3c}}{3}\right)$

$y_2 = x_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d \quad \left(x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 3c}}{3}\right)$ ✓

Осталось найти координату y точки O (y_0):
Так как min, max и O находятся на одной прямой и $l_1 = l_2$, то должно выполняться равенство

$$y_0 - y_{min} = -(y_0 - y_{max}) \Rightarrow y_0 = \frac{y_{min} + y_{max}}{2}$$

$$y_0 = \frac{x_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d + x_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d}{2} \Rightarrow$$

$$2y_0 = \left(\frac{-b-\sqrt{b^2-3c}}{3}\right)^3 + b\left(\frac{-b-\sqrt{b^2-3c}}{3}\right)^2 + c\left(\frac{-b-\sqrt{b^2-3c}}{3}\right) + \left(\frac{-b+\sqrt{b^2-3c}}{3}\right)^3 + b\left(\frac{-b+\sqrt{b^2-3c}}{3}\right)^2 + c\left(\frac{-b+\sqrt{b^2-3c}}{3}\right) + 2d$$

$$2y_0 = \frac{-b^3 - 3b^2\sqrt{b^2-3c} - 3b(b^2-3c) - (\sqrt{b^2-3c})^3}{27} + \frac{b^3 + 2b^2\sqrt{b^2-3c} + b^2 - 3c}{9} - \frac{bc}{3} - \frac{c\sqrt{b^2-3c}}{3} +$$

$$\frac{(\sqrt{b^2-3c})^3 - 3b(b^2-3c) + 3b^2\sqrt{b^2-3c} - b^3}{27} + \frac{b^3 - 2b^2\sqrt{b^2-3c} + b^2 - 3c}{9} - \frac{bc}{3} + \frac{c\sqrt{b^2-3c}}{3} + 2d$$

$$y_0 = \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d \quad \checkmark$$

А проверка произвол точки, а не только экстремумов? 20б

Ответ график центрально симметричен относительно точки $\left(-\frac{b}{3}, \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d\right)$

№ 2 (ВАРИАТИВНАЯ ЧАСТЬ, БЛОК 1)

$a = 7 \cdot 10^n + 1$

$b = 6 \cdot 10^n + 1$

$728^a > 2188^b$ при каких n?

$2188 = 728 \cdot 3 + 4$

$(728)^{7 \cdot 10^n + 1} > (728 \cdot 3 + 4)^{6 \cdot 10^n + 1}$

$728 + 728^{7 \cdot 10^n} > 2188 + 2188^{6 \cdot 10^n}$

$728^{7 \cdot 10^n} > 1460 + 2188^{6 \cdot 10^n}$ $\quad (728)^{10^n}(728^6)^{10^n} > 1460 + (2188^6)^{10^n}$

Ответ при $n \in [0, +\infty)$

неверно

—

Бланк ответов

Бланк ответов