ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101700527486

Титульный лист

Направление

- [ ] Естественные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Экономика и управление
- [ ] Инженерные науки
- [ ] Социальные и гуманитарные науки

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Фамилия	ИУДИНОВ
Имя	МИХАИЛ
Отчество	АЛЕКСАНДРОВИЧ
Дата рождения	05 01 2004
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	005

Дата 02 02 2026 **Подпись** Иуд

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101700527486

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	0								
Балл члена жюри №2	50	0								

Итоговый балл 50

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

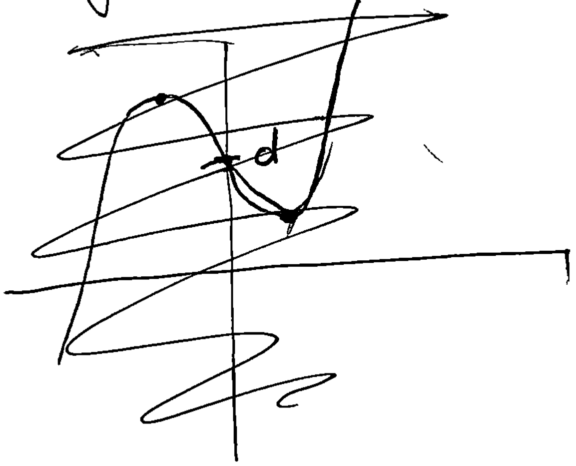
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

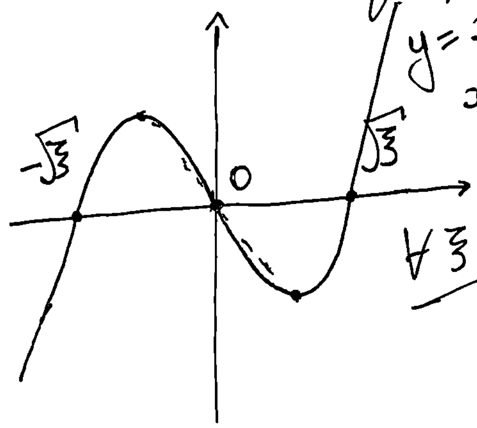
Бланк ответов

Док-ть, что $y=x^3+bx^2+cx+d$ центр симметричен отн-но некоторой точки

Для начала докажем ~~график~~ утв-е для графика $y = x(x^2+\xi)$

Y - мн-во точек графика





$y = x(x^2+\xi)$

$\forall \xi \geq 0$

Центром этой кубич. параболы является точка $O=(0,0)$

~~Это означает, что полусумма любых точек~~ ~~U и V равна~~

в силу нечетности ф-ии

~~$U+V=0$~~

Это означает, что $\forall U, V \in Y \quad U_x + V_x = 0 \Rightarrow U+V=0$

Действительно, $\forall x_0 \in \mathbb{R}$

$y(x_0) = x_0(x_0^2+\xi) \qquad y(-x_0) = -x_0((-x_0)^2+\xi) = -x_0(x_0^2+\xi)$

$U_x + V_x = x_0 + (-x_0) = \underline{0}$ и $U_y + V_y = x_0(x_0^2+\xi) + -x_0(x_0^2+\xi) = \underline{0}$

$U+V=0$

Осталось показать ~~Покажем~~, что график $y = x^3+bx^2+cx+d$ получается сдвигом на (u,v) графика $y = x(x^2+\xi)$

$O=(u,v)$ будет являться центром кубич параболы

Возьмем $u = -\frac{b}{3}$ Тогда $v = y(-\frac{b}{3})$

$$y\left(-\frac{b}{3}\right) = \left(-\frac{b}{3}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3}\right) + d$$
$$= -\frac{b^3}{27} + \frac{b^3}{9} - \frac{bc}{3} + d$$
$$= \boxed{\frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d} \qquad (x-u)\left((x-u)^2 + \xi\right) + v$$

Имеем $y =$

Найдем ξ и убедимся, что $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ можно разложить на $y = (x-u)\left((x-u)^2 + \xi\right) + v$:

$$y = (x-u)\left((x-u)^2 + \xi\right) + v =$$
$$= x^3 \underbrace{- 3ux^2}_{b} + x\underbrace{(3u^2 + \xi)}_{c} \underbrace{- u^3 - u\xi + v}_{d}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} b = -3u = -3\left(-\frac{b}{3}\right) = b \\ c = 3u^2 + \xi \\ d = -u^3 - u\xi + v \end{cases} \qquad \begin{cases} \xi = c - 3u^2 = c - \frac{b^2}{3} \\ d = -u^3 - u(c - 3u^2) + v \end{cases}$$

$$= u^3 + uc + v$$
$$= +\frac{2b^3}{27} + c\left(-\frac{b}{3}\right) + \left(\frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d\right)$$
$$= d$$

$$\xi = c - \frac{b^2}{3}$$

Итак, $y = x^3 + bx^2 + cx + d = \left(x + \frac{b}{3}\right)\left(\left(x + \frac{b}{3}\right)^2 + c - \frac{b^2}{3}\right) + \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d$

Значит, точка $O = \left(-\frac{b}{3}, \frac{2b^3}{27} - \frac{bc}{3} + d\right)$ — точка центральной симметрии графика $y = x^3 + bx^2 + cx + d$

506 ч т g

$a = 7 \cdot 10^n + 1 \qquad b = 6 \cdot 10^n + 1$

Найти $n \in \mathbb{N}$: $\quad 728^a > 2188^b$

$728^a > 2188^b \quad | \log_2$ — возр ф-ия

$\log_2 (2^3 \cdot 7 \cdot 13)^a > \log_2 (2^2 \cdot 547)^b$

$a(3 + \log_2 91) > b(2 + \log_2 547)$

$(7 \cdot 10^n + 1)(3 + \log_2 91) > (6 \cdot 10^n + 1)(2 + \log_2 547)$

$$\frac{7 \cdot 10^n + 1}{6 \cdot 10^n + 1} > \frac{2 + \log_2 547}{3 + \log_2 91} = \frac{\log_2 2188}{\log_2 728} = \log_{728} 2188$$

$12 = 2 + \log_2 1024 > 2 + \log_2 547 > 2 + \log_2 256 = 10$

$10 = 3 + \log_2 128 > 3 + \log_2 91 > 3 + \log_2 64 = 9$

$$\frac{2 + \log_2 547}{3 + \log_2 91} \in \left(\frac{10}{10}, \frac{12}{9}\right) = \left(1, \frac{4}{3}\right) \ ?$$ слишком грубо

$$\frac{7 \cdot 10^n + 1}{6 \cdot 10^n + 1} > 1$$ всегда

$$\frac{7 \cdot 10^n + 1}{6 \cdot 10^n + 1} > \frac{4}{3} \ ?$$

(так найдем подмн-во n)

$3(7 \cdot 10^n + 1) > 4(6 \cdot 10^n + 1)$

$21 \cdot 10^n + 3 > 24 \cdot 10^n + 4$

$21 \cdot 10^n > 24 \cdot 10^n + 1$

$3 \cdot 10^n < 1 \quad \varnothing$ — хорошо

$$(3+\log_2 91)(7\cdot 10^n+1) > (2+\log_2 547)(6\cdot 10^n+1)$$

$$\cancel{21\ 10^n}$$

$$\cancel{10^n(21+7\log_2 91-2-\log}$$

$$10^n(21+7\log_2 91-12-6\log_2 547) > 2+\log_2 547 - 3 - \log_2 91$$

$$10^n > \frac{\log_2\frac{547}{91}-1}{9+7\log_2 91-6\log_2 547} = \frac{\log_2\frac{547}{91\cdot 2}}{\log_2\frac{2^9\cdot 91^7}{547^6}}$$

$$= \cancel{\log}\ \log_{\underbrace{\frac{2^9\,13^7\,7^7}{547^6}}_{<1}} \frac{547}{188}$$

$$= \frac{\log_{547}\frac{547}{188}}{\log_{547}\frac{2^9\,13^7\,7^7}{547^6}} = \frac{1-\log_{547}188}{\log_{547}2^9\,13^7\,7^7-\log_{547}{}^6}$$

$$10^n > \frac{\log_2 547-\log_2 91-1}{7\log_2 91-6\log_2 547+9} = x$$

$$\log_2 547 < \log_2 1024 = 10$$

$$\log_2 91 > \log_2 128 = 7$$

$$\log_2 91 > \log_2 64 = 6$$

$$\underset{9}{\underset{\parallel}{\log_2 512}} < \log_2 547 < \log_2 1024 = 10$$

$$x < \frac{10-7-1}{7\cdot 6-6\cdot 9+9} = 2$$

нет ответа $-$

Бланк ответов