ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101675871401

Титульный лист

Направление	☐ Естественные науки ☒ Математика и информатика ☐ Экономика и управление ☐ Инженерные науки ☐ Социальные и гуманитарные науки
Вариативный блок	☒ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5
Курс	☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует
Фамилия	БОЧАРОВ
Имя	АЛЕКСАНДР
Отчество	АНДРЕЕВИЧ
Дата рождения	15 10 2004
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	228

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101675871401

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	50								
Балл члена жюри №2	50	50								

Итоговый балл 100

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

JIV

Инвариантная часть

Т д, что график кубической параболы $y=x^3+bx^2+cx+d$ центрально симметричен относительно некоторой т пл-ти и найти эту точку

Найдем точку перегиба параболы и покажем, что она явл ее центром симметрии

$y'=3x^2+2bx+c$ ✓ $y''=6x+2b$ ✓ $y''=0 \Rightarrow 6x+2b=0$ $x=-\frac{b}{3} \triangleq x_0$ ✓

Тогда $y_0 \triangleq y(x_0)=-\frac{b^3}{27}+\frac{b^3}{9}-\frac{bc}{3}+d=\frac{2b^3}{27}-\frac{bc}{3}+d$ ✓

Возьмем произвольные симметричные значения $x_0'=-\frac{b}{3}+h$ и $x_0''=-\frac{b}{3}-h$ где $h\in\mathbb{R}$ относ т x_0 и покажем, что y_0' и y_0'' равные $y(x_0')$ и $y(x_0'')$ соотв., будут симметричны относ y_0, т е, что $y_0=\frac{y_0'+y_0''}{2}$ ✓

$$y_0'=\left(-\frac{b}{3}+h\right)^3+b\left(-\frac{b}{3}+h\right)^2+c\left(-\frac{b}{3}+h\right)+d=\left(-\frac{b}{3}+h\right)\left(h^2+\frac{bh}{3}-\frac{2b^2}{9}+c\right)+d=$$
$$=-\frac{bh^2}{3}-\frac{b^2h}{9}+\frac{2b^3}{27}-\frac{bc}{3}+h^3+\frac{bh^2}{3}-\frac{2b^2h}{9}+ch+d=h^3+\frac{2b^3}{27}-\frac{3b^2h}{9}-\frac{bc}{3}+ch+d$$

$$y_0''=\left(-\frac{b}{3}-h\right)^3+b\left(-\frac{b}{3}-h\right)^2+c\left(-\frac{b}{3}-h\right)+d=\left(-\frac{b}{3}-h\right)\left(h^2-\frac{bh}{3}-\frac{2b^2}{9}+c\right)+d=$$
$$=\frac{b^2h}{9}-\frac{bh^2}{3}+\frac{2b^3}{27}-\frac{bc}{3}+\frac{bh^2}{3}-h^3+\frac{2b^2h}{9}-hc+d=-h^3+\frac{2b^3}{27}+\frac{3b^2h}{9}-\frac{bc}{3}-ch+d$$

Получим, что $\frac{y_0'+y_0''}{2}=\frac{1}{2}\left(h^3+\frac{2b^3}{27}-\frac{3b^2h}{9}-\frac{bc}{3}+ch+d-h^3+\frac{2b^3}{27}+\frac{3b^2h}{9}-\frac{bc}{3}-ch+d\right)=$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{4b^3}{27}-\frac{2bc}{3}+2d\right)=\frac{2b^3}{27}-\frac{bc}{3}+d=y_0$$ ✓

Т о, мы показали, что куб парабола $y=x^3+bx^2+cx+d$ центрально симметрична относ некоторой точки пл-ти и нашли эту точку $\left(-\frac{b}{3}, \frac{2b^3}{27}-\frac{bc}{3}+d\right)$ – центр симметрии

50б ✓

Блок 1

Пусть $a = 7\,10^n + 1$, $b = 6\,10^n + 1$

При каких $n \in \mathbb{N}$ верно $728^a > 2188^b$?

Рассмотрим случай $n = 1$, тогда $a = 71$, $b = 61$

$2188 = 728\,3 + 4$, тогда требуется сравнить $728^{71} \vee (728\,3+4)^{61}$

Т.к. $(728\,3)^{61} < (728\,3+4)^{61}$ дост. показать, что $728^{71} < (728\,3)^{61}$

$728^{71} = 728^{61} \cdot 728^{10} \vee 728^{61}\,3^{61} \Rightarrow$ сравним 728^{10} и 3^{61}

$728^{10} < 729^{10} = (3^6)^{10} = 3^{60} < 3^{61} \Rightarrow 728^{10} < 3^{61}$

Получим, что $728^{71} < (728\,3)^{61} \Rightarrow 728^{71} < (728\,3+4)^{61}$

Для $n=1$ неравенство не вып.

~~$n=2$: $a = 700+1 = 701$, $b = 601$~~

~~728^{701} $(728\,3+4)^{601}$~~

Случай произвольного $n \in \mathbb{N}$

$728^{7\,10^n+1} \overset{<}{\vee} (728\,3+4)^{6\,10^n+1}$

$\cancel{728^{7\,10^n}}$ $728^{7\,10^n+1} \overset{<}{\vee} (728\,3)^{6\,10^n+1} < (728\,3+4)^{6\,10^n+1}$

$728^{7\,10^n+1} \overset{<}{\vee} 728^{6\,10^n+1}\,3^{6\,10^n+1} \quad \Big| \; 728^{6\,10^n+1}$

$728^{10^n} \overset{<}{\vee} 3^{6\,10^n+1}$

$728^{10^n} < 729^{10^n} = (3^6)^{10^n} = 3^{6\,10^n} < 3^{6\,10^n+1}$

Получим, что $\forall n \in \mathbb{N}$ $728^{10^n} < 3^{6\,10^n+1} \Rightarrow 728^{7\,10^n+1} < (728\,3)^{6\,10^n+1} \Rightarrow$

$\Rightarrow 728^{7\,10^n+1} < (728\,3+4)^{6\,10^n+1} = 2188^{6\,10^n+1}$

То $\forall n \in \mathbb{N}$ $728^a > 2188^b$ – неверно, т.к. $\forall n \in \mathbb{N}$ $728^a < 2188^b$, где $a = 7\,10^n + 1$, $b = 6\,10^n + 1$

Другими словами ни для какого натурального n неравенство $728^a > 2188^b$ не выполняется

+

Бланк ответов

Бланк ответов