ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101380444766

Титульный лист

Направление
- ■ Естественные науки
- □ Инженерные науки
- □ Математика и информатика
- □ Социальные и гуманитарные науки
- □ Экономика и управление

Вариативный блок □ 1 ■ 2 □ 3 □ 4 □ 5

Курс □ 1 □ 2 □ 3 ■ 4 □ 5 □ отсутствует

Фамилия ТАТАРИНОВ

Имя ВЛАДИМИР

Отчество ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 03 04 2001

Город участия КРАСНОЯРСК

Аудитория 1

Дата 01 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101380444766

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [x] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [ ] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [ ] 1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	43								
Балл члена жюри №2	50	43								

Итоговый балл 93

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

Боковая поверхность чаши описывается уравнением

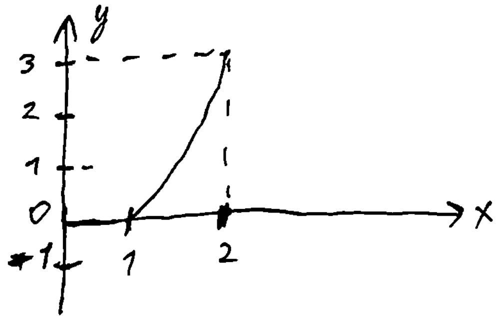
$$y = x^2 - 1 \qquad (1)$$

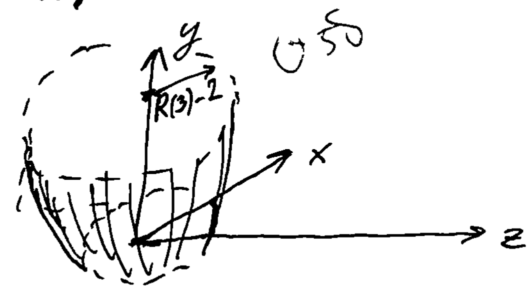
Для нижней части чаши получим $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Выбирая положительный корень, мы получаем нижний радиус чаши. Для верхнего радиуса чаши мы получим

$$x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Верхний радиус чаши равен 2.





0,50

Таким образом, зависимость радиуса от y равняется

~~$R(y) = \sqrt{x^2} =$~~ $R(y) = \sqrt{x} = \sqrt{y+1}$

$$dV = \pi R^2 \cdot dy = \pi (y+1)\, dy \qquad (2)$$

Объем чаши $V = \pi \int_0^3 (y+1)\, dy = \pi \int_0^3 (y+1)\, d(y+1) =$

$$= \pi \int_1^4 t\, dt = \pi \frac{t^2}{2}\Big|_1^4 = \frac{16\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{15\pi}{2} = 7{,}5\pi \approx 23{,}56$$

$$\boxed{V = \frac{15\pi}{2} \approx 23{,}56}$$

1,0

0,5

Скорость наполнения чаши $v(h) = v_1 - v_2(h) = 2 - h$ (м³/год)

Вообще говоря, скорость наполнения чаши — это объем в единицу времени

Значит, $v(h) = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dy} \frac{dy}{dt} = 2 - h$

→ см продолжение на обороте стр-цы)

Но ведь согласно (2)

$$dV/dy = \pi(y+1)$$

$$\pi(y+1)\cdot\frac{dy}{dt} = 2-h$$

Т.к. $y=h$, то $\pi(h+1)\cdot\frac{dh}{dt} = 2-h$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{2-h}{\pi(h+1)} \Rightarrow \int\frac{\pi(h+1)\,dh}{2-h} = \int dt$$

$$\pi\int\frac{h+1}{2-h}\,dh = \int dt \Rightarrow -\pi\int\frac{(h-2)+3}{h-2}\,dh = \int dt$$

$$-\pi\int\left(1+\frac{3}{h-2}\right)d(h-2) = \int dt \Rightarrow -\pi\big((h-2)+3\ln|h-2|\big)+C = t$$

(+) 10б

Пусть $t=0$ Тогда, $h=0 \Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $\boxed{2\pi-3\pi\ln(2)+C=0}$

$C = -2\pi + 3\pi\ln(2)$ Отсюда, $t = -\pi h - 3\pi\big(\ln|2-h| - \ln(2)\big)$

$$t = -\pi h + 3\pi\ln\frac{2}{2-h} \qquad (3)$$

(+) 10б

Подставим $h=1$ Получим, $t = -\pi + 3\pi\ln(2) \approx 3,4$ (года)

Однако, на высоту $h=2$ чаша не заполнится никогда

Подставим $h=1,999$ (м) Тогда, $t = -\pi\cdot 1,999 + 3\pi\ln\frac{2}{0,001} =$

$= 65$ лет

~~[illegible]~~

Для $h = 2-10^{-40}$ (м) получим $t = 868$ (лет)

Это подтверждается и скоростью заполнения

$v(2) = 2-2 = 0$ (м³/год)

~~[illegible]~~

$$\lim_{h\to 2-0} t(h) = -2\pi + 3\pi\lim_{h\to 2-0}\frac{2}{2-h} = +\infty$$

(+) 10б

Ответ: 1) На высоту $h=2$ чаша не наполнится никогда

2) На высоту $h=1$ чаша наполнится через 3,4 года

3) Объем чаши $\frac{15\pi}{2} \approx 23,56$

Вариативная часть

Блок 2 Физика

есть ли соударение?

Самым главным отличием идеального газа от реального состоит в том, что идеальный газ — это модель, в которой мы пренебрегаем взаимодействием между молекулами и их размерами. Но в реальности

не только отталкивание

это не так: молекулы имеют некоторый объём и могут взаимодействовать друг с другом. И чем выше ~~давление~~ концентрация, тем больше отклонение от идеального газа: ~~бол~~ молекулы занимают место и сильнее притягиваются друг к другу.

Рассмотрим коэффициент сжимаемости.

$$Z = \frac{PV}{RT}$$ (для одного моля)

Действительно, если газ идеален, то

что это?

\+ $PV = RT\nu$ (ур-ие Менделеева - Клапейрона), и тогда

$$Z = \frac{PV}{RT} = 1$$

Однако, увеличение сил взаимодействия приведёт к уменьшению давления: молекулы сильнее притягиваются друг к другу и меньше взаимодействуют со стенками сосуда. Тогда $Z < 1$ +

Увеличение размеров молекул приведёт к уменьшению эффективного объема.

→ смотри оборотную сторону листа

А уменьшение эффективного объема приведет к увеличению давления.

Подобные отклонения хорошо описывает ур-ие Ван-дер-Ваальса. Запишем его для 1-го моля газа

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT \quad (1)$$

Коэффициент a отвечает за взаимодействие между молекулами, а коэффициент b — за занимаемый молекулами газа объем.

Вообще говоря, водород — отличный кандидат для использования в газовом термометре: его давление/температуру можно менять в широком диапазоне, используя лишь модель идеального газа, он легкий.

Давайте проведём количественную оценку отклонений для различных давлений.

Раскроем скобки в уравнении Ван-дер-Ваальса

$$PV - Pb + \frac{a}{\cancel{P}V} - \frac{ab}{\cancel{P}V^2} = RT$$

$$\cancel{\frac{PV}{RT} - \frac{PV}{RT}\cdot\frac{b}{V} + \frac{a}{PVRT} - \frac{ab}{PV^2RT} = 1}$$

$$\cancel{Z\left(1-\frac{b}{V}\right) + Z\cdot\frac{a}{P^2V^2} = Z\frac{ab}{P^2V^3}}$$

$$Z - \frac{PV}{RT}\cdot\frac{b}{V} + \frac{PV}{RT}\,\frac{a}{PV^2} - \frac{ab}{PV^3}\cdot\frac{PV}{RT} = 1$$

$$Z\left(1-\frac{b}{V}+\frac{a}{PV^2}-\frac{ab}{PV^3}\right) = 1$$

$$Z = \frac{1}{1-\frac{b}{V}+\frac{a}{PV^2}-\frac{ab}{PV^3}} \quad (2)$$

Оценки можно было сделать проще

Значение объема можем найти примерно, как

$$PV = RT \Rightarrow V = \frac{RT}{P}$$

Для 300 K и давлений из таблицы:

P (МПа)	V ($м^3$)
0,1	0,025
5	$5 \cdot 10^{-4}$
10	$2,5 \cdot 10^{-4}$

Подставим эти значения в (2)

Получим,

P (МПа)	Z	$Z-1$ +
0,1	$\frac{1}{1-0,00108+0,000384} \approx 1,0007$	$0,0007 = 0,07\%$
5	$\frac{1}{1-0,054+0,0192} \approx 1,036$	$0,036 = 3,6\%$
10	$\frac{1}{1-0,108+0,0384} \approx 1,075$	$0,075 = 7,5\%$

Получается, что использование давление $P = 0,1$ (МПа)

~~можно и для точности в 1%, а вот~~

можно и для $|Z-1| \leq 1\%$, давление в $P = 5$ (МПа) + подходит и для $|Z-1| < 5\%$, а вот $P = 10$ (МПа) применить не получится. При этих значениях можно считать газ идеальным с заданной точностью

Ответ. Возможно применение давлений в $P = 0,1$ (МПа) для $|Z-1| < 1\%$ и давление в $P = 5$ (МПа) для $|Z-1| < 5\%$