ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101479531119

Титульный лист

Направление	☐ Естественные науки	☐ Инженерные науки	
	■ Математика и информатика	☐ Социальные и гуманитарные науки	
	☐ Экономика и управление		

Вариативный блок ■ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Курс ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ■ 4 ☐ 5 ☐ отсутствует

Фамилия ТАТАРИНОВ

Имя ВЛАДИМИР

Отчество ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 03 04 2001

Город участия КРАСНОЯРСК

Аудитория 317

Дата 02 02 2026 **Подпись** Татаринов

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД СТУДЕНТ

3101479531119

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] Естественные науки
- [ ] Инженерные науки
- [x] Математика и информатика
- [ ] Социальные и гуманитарные науки
- [ ] Экономика и управление

Вариативный блок [x] 1 [ ] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5

Курс [ ] 1 [ ] 2 [ ] 3 [x] 4 [ ] 5 [ ] отсутствует

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	50	50								
Балл члена жюри №2	50	50								

Итоговый балл 100

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

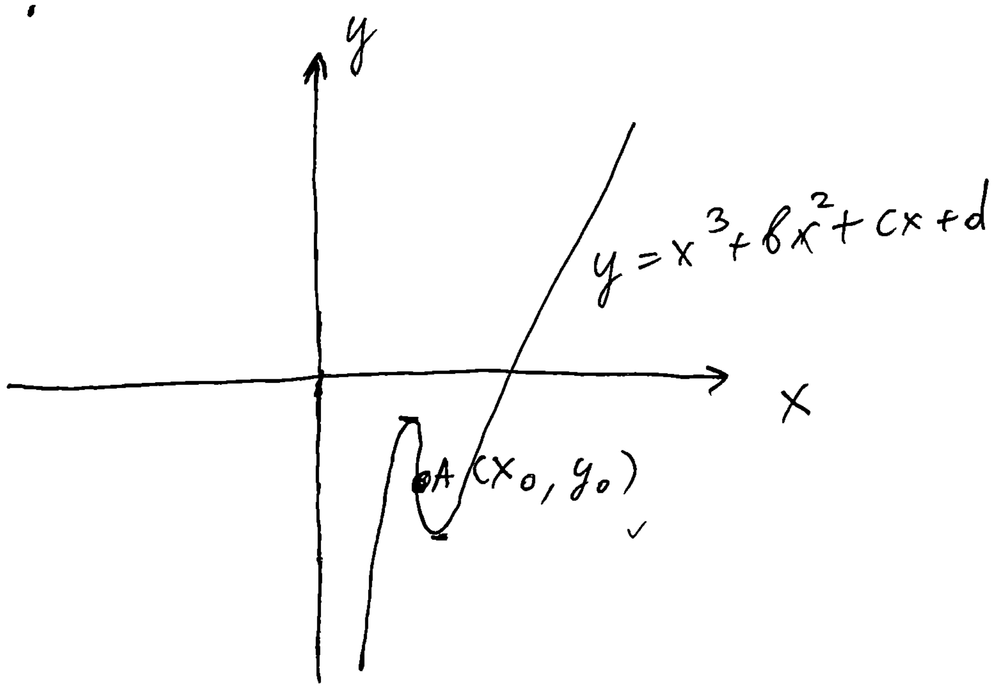
Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Инвариантная часть

Изобразим схематично график кубической параболы.



Найдем предполагаемую точку симметрии. Если график симметричен относительно некоторой точки $A(x_0, y_0)$, то и точки экстремума будут находиться симметрично относительно этой точки. (если они существуют)

Найдём производную $y' = 3x^2 + 2bx + c$

~~Приравняем это уравнение к нулю~~

$\cancel{3x^2 + 2bx + c = 0}$

На деле, искать точки экстремума не нужно и даже излишне (мы не знаем, существуют ли они вообще). Нам важна симметричность производной относительно точки x_0.

→ см след страницу.

Для поиска точки симметрии производной, еще раз возьмём производную.

$y'' = 6x + 2b$ ✓

Приравняем её к нулю

$6x_0 = -2b \Rightarrow x_0 = -\frac{b}{3}$ ✓

Отсюда, $y_0 = -\frac{b^3}{27} + \frac{b^3}{9} - \frac{cb}{3} + d$ ✓

$y_0 = \frac{2}{27}b^3 - \frac{cb}{3} + d, \quad x_0 = -\frac{b}{3}$

Отсюда, точка A имеет координаты

$$\boxed{A\left(-\frac{b}{3}; \frac{2}{27}b^3 - \frac{cb}{3} + d\right)}$$

Однако, все это время мы действовали в предположении, что график симметричен. Чтобы проверить, так ли это, нужно проверить данный факт непосредственно. ✓

Факт симметрии можно записать утверждением:
(относительно точки A)

$$\boxed{\forall x' \in \mathbb{R}\ \exists x_0 \in \mathbb{R}\ \exists y_0 \in \mathbb{R}:\ y(x'+x_0) - y_0 = y_0 - y(-x'+x_0)}$$

Давайте предъявим соответствующие x_0 и y_0.

$y(x'+x_0) - y_0 = y_0 - y(-x'+x_0)$

$y(x'+x_0) + y(-x'+x_0) = 2y_0$

Подставим $x_0 = -b/3$, $y_0 = 2/27\, b^3 - \frac{cb}{3} + d$

$y(-b/3 + x') + y(-b/3 - x') = 2y_0$

$(x' - b/3)^3 + b(x' - b/3)^2 + cx' - \frac{cb}{3} + d + (-x' - b/3)^3 + b(x' + b/3)^2 -$
$- cx' - \frac{cb}{3} + d = 2y_0$

ЛИП

$$x'^3 - 3x'^2\frac{b}{3} + 3x'\frac{b^2}{9} - \frac{b^3}{27} + b(x'^2 - 2\frac{b^2}{3}x' + b^3/9 -$$

$$-\frac{cb}{3} + d - x'^3 - 3x'^2\frac{b}{3} - 3x'\frac{b^2}{9} - \frac{b^3}{27} + bx'^2 + \frac{2b^2}{3}x' + \frac{b^3}{9} -$$

$$-\frac{cb}{3} + d = 2y_0$$

$$-2x'^2 b - \frac{2b^3}{27} + 2bx'^2 + 2b^3/9 - \frac{2cb}{3} + d = 2y_0$$

$$y_0 = -\frac{b^3}{27} + b^3/9 - \frac{cb}{3} + d$$

$$y_0 = \frac{2}{27}b^3 - \frac{cb}{3} + d \Leftrightarrow \frac{2}{27}b^3 - \frac{cb}{3} + d = \frac{2}{27}b^3 - \frac{cb}{3} + d$$

$\boxed{0 = 0} \Leftrightarrow$ истина

Утверждение истинно, а следовательно, парабола кубическая $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ симметрична относительно $A(-b/3; \frac{2}{27}b^3 - \frac{cb}{3} + d)$, ч т д.

Ответ: парабола симметрична относительно $A(-b/3; \frac{2}{27}b^3 - \frac{cb}{3} + d)$.

5б

$\longrightarrow$ См. оборот листа

Вариативная часть. Алгебра

$a = 7 \cdot 10^n + 1$; $b = 6 \cdot 10^n + 1$, $n \in \mathbb{N}$

$728^a > 2188^b$

$728^{7 \cdot 10^n + 1} > 2188^{6 \cdot 10^n + 1}$

$(728^7)^{10^n} \cdot 728 > (2188^6)^{10^n} \cdot 2188$

$(728^6)^{10^n} \cdot 728^{10^n} > (2188^6)^{10^n} \cdot \frac{2188}{728}$

$728^{10^n} > \left(\left(\frac{2188}{728}\right)^6\right)^{10^n} \cdot \frac{2188}{728}$

$\frac{2188}{728} = 3 + \frac{1}{182}$

Но даже если мы правую часть неравенства оценим снизу, то

$728^{10^n} > (3^6)^{10^n} \cdot 3$, то мы получим

$728^{10^n} > (729)^{10^n} \cdot 3$, что будет неверным для любого n

А на деле правая часть неравенства еще больше. Значит, для $\forall n \in \mathbb{N}$ неравенство неверно

Ответ: таких n не существует в $\mathbb{N}$

Бланк ответов